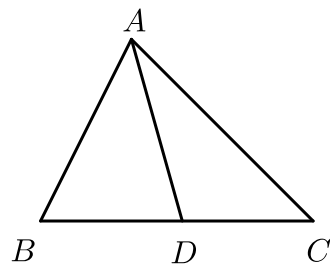


第1讲倍长中线(加油站)

一、 倍长中线

练习1

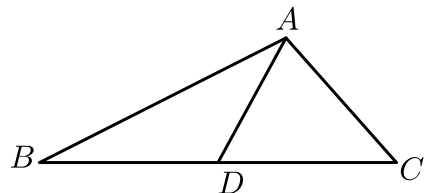
1. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线, $AB = 12$, $AC = 8$, 则边 BC 及中线 AD 的取值范围分别是 () .
- A. $4 < BC < 20$, $2 < AD < 10$ B. $4 < BC < 20$, $4 < AD < 20$
- C. $2 < BC < 10$, $2 < AD < 10$ D. $2 < BC < 10$, $4 < AD < 20$
2. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线.



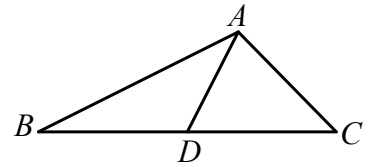
- (1) 求证: $AB + AC > 2AD$.
- (2) 若 $AB = 5$, $AC = 9$, 求 AD 的取值范围.

练习2

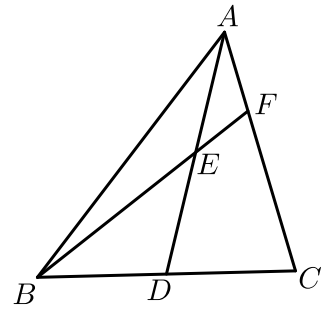
3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BD = CD$, $\angle DAC = \angle B + \angle C$, 若 $AD = 3$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.



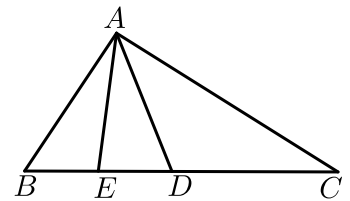
4. 如图 $\triangle ABC$ 中，点 D 为 BC 的中点， $AB = 5$ ， $AC = 3$ ， $AD = 2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____ ．



5. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， E 是 AD 上一点，延长 BE 交 AC 于点 F ，若 $EF = AF$ ， $BF = 9$ ， $CF = 6$ ，则 $EF =$ _____ ．



6. 如图，已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的一点，且 $CD = AB$ ， $\angle BDA = \angle BAD$ ， AE 是 $\triangle ABD$ 的边 BD 上的中线，且 $AE = 3$ ．求 AC 的长．

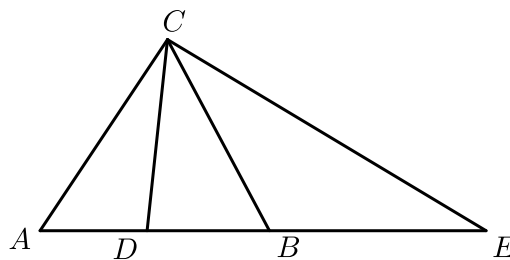


练习3

7. 如图，已知 CB 、 CD 分别是钝角 $\triangle AEC$ 和锐角 $\triangle ABC$ 的中线，且 $AC = AB$ ，给出下列结论：

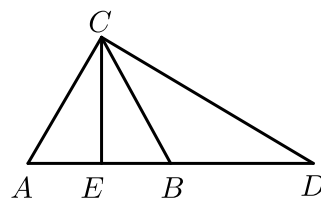
- ① $AE = 2AC$ ；
- ② $CE = 2CD$ ；
- ③ $\angle ACD = \angle BCE$ ；
- ④ CB 平分 $\angle DCE$ ，

则以上结论正确的是（ ）。

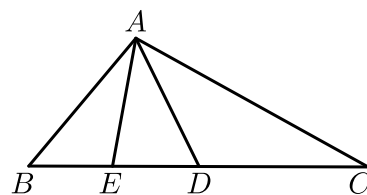


- A. ①②④ B. ①③④ C. ①②③ D. ①②③④

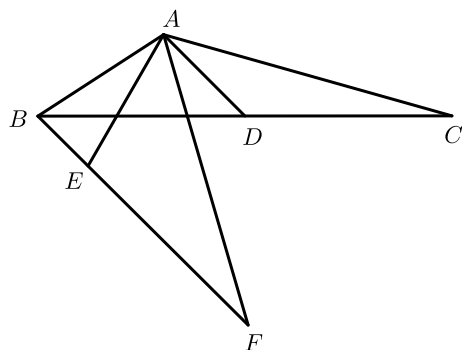
8. 如图， CB 、 CE 分别是 $\triangle ADC$ 、 $\triangle ABC$ 的中线，且 $AC = \frac{1}{2}AD$ ， $\angle ACB = \angle ABC$ 。求证：
 $CD = 2CE$ 。



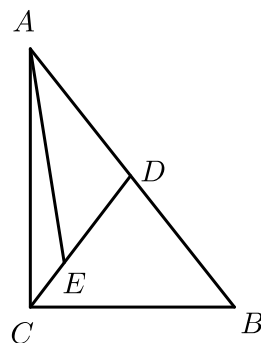
9. 如图， D 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上一点，且 $CD = AB$ ， $\angle BDA = \angle BAD$ ， AE 是 $\triangle ABD$ 的中线，求证： $\angle C = \angle BAE$ 。



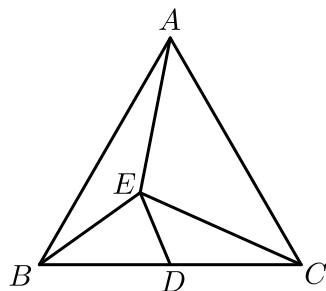
10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 为 BC 中点，过 B 作 AD 平行线至点 F ， E 为 BF 上一点，满足 $AB = AE$ 且 $\angle EAF + \angle BAC = 180^\circ$ 。证： $2AD = EF$ 。



11. 已知：如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC > BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是 $\triangle ABC$ 的中线，点 E 在 CD 上，且 $\angle AED = \angle B$ ．求证： $AE = BC$ ．

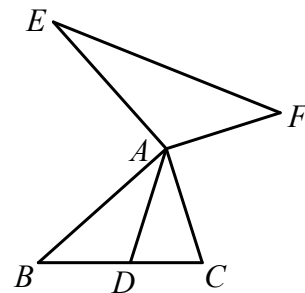


12. 正 $\triangle ABC$ 内一点 E ， $\angle BEC = 120^\circ$ ， D 为 BC 中点，连接 EA 、 ED ，求证： $AE = 2ED$ ．

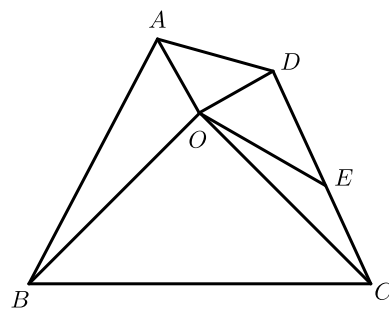


练习4

13. 已知：如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $AE \perp AB$ ， $AE = AB$ ， $AF \perp AC$ ， $AF = AC$ ，连接 EF ．
试猜想线段 AD 与 EF 的关系，并加以证明．



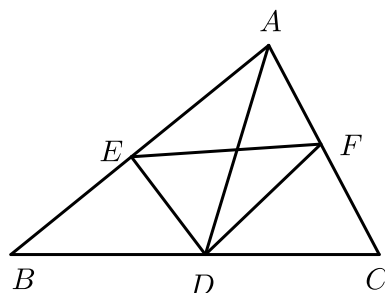
14. 如图，等腰直角 $\triangle AOD$ 和等腰直角 $\triangle BOC$ 中，点 E 为 CD 的中点．试判断 AB 与 OE 的数量关系和位置关系，并证明．



二、倍长类中线

练习5

15. 已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线， $\angle ADB$ ， $\angle ADC$ 的平分线分别交 AB 于 E 、交 AC 于 F 。求证：
 $BE + CF > EF$ 。



16. 已知： AD 为 $\triangle ABC$ 的中线， $AE = AB$ ， $AF = AC$ ，连接 EF ， $EF = 2AD$ 。

(1) 如图1，求证： $\angle EAF + \angle BAC = 180^\circ$ 。

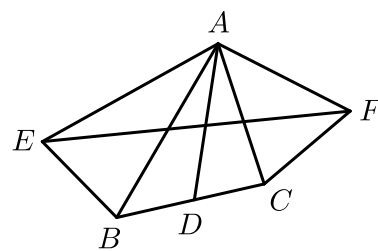


图 1

(2) 如图2，设 EF 交 AB 于点 G ，交 AC 于点 N ，若 $\angle ABC = 60^\circ$ ，点 G 为 EF 中点，延长 EB 、 FC 交于点 M 。请探究 BM 、 BC 之间的数量关系，并证明你的结论。

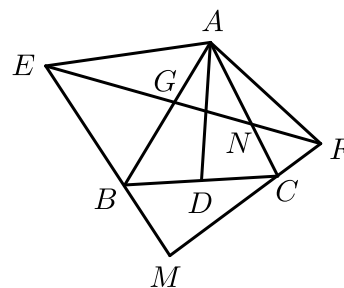
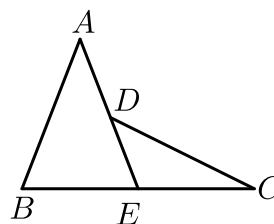


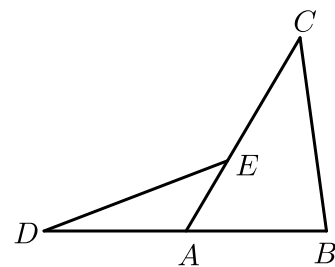
图 2

练习6

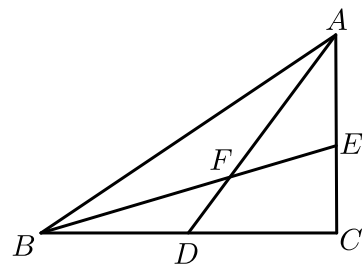
17. 如图，点 E 为 BC 的中点， D 为线段 AE 上一点，且 $\angle A = \angle CDE$ ，若 $AB = 3$ ，则 $CD =$ _____。



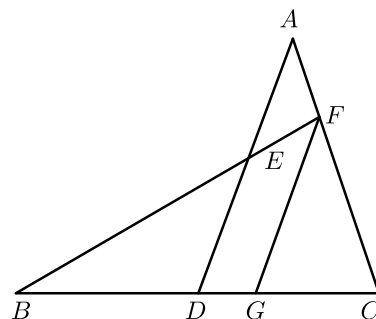
18. 已知：如图， D 是 $\triangle ABC$ 的边 BA 的延长线上一点，且 $AD = AB$ ， E 是边 AC 上一点，且 $DE = BC$ ．求证： $\angle DEA = \angle C$ ．



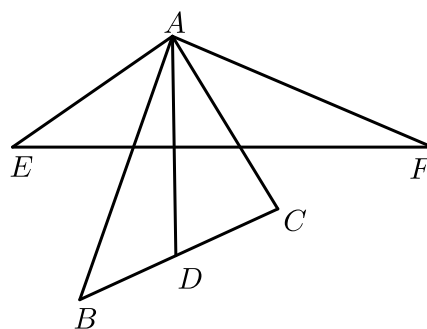
19. 如图， AD 为 $\triangle ABC$ 中线，点 E 在 AC 上， BE 交 AD 于点 F ， $AE = EF$ ．求证： $AC = BF$ ．



20. 如图，在 $\triangle BCF$ 中， FG 交 BC 于点 G ，点 D 是 BC 中点， $AD \parallel FG$ 交 CF 的延长线于点 A ，交 BF 于点 E ，若 $BE = CA$ ，求证： FG 为 $\triangle BFC$ 的角平分线。



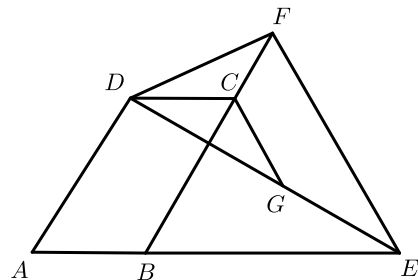
21. 如图， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， $AE \perp AC$ ， $AF \perp AB$ ， $AE = AC$ ， $AF = AB$ 。求证：
 $EF = 2AD$ ， $AD \perp EF$ 。



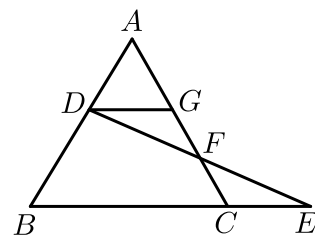
三、平行线 + 中点

练习7

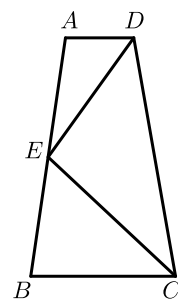
22. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的顶点 C 在等边 $\triangle BEF$ 的边 BF 上，点 E 在 AB 的延长线上， G 为 DE 的中点，连接 CG ，若 $AD = 5$ ， $AB = CF = 2$ ，则 CG 的长为 _____ 。



23. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ，点 D 在 AB 边上，过点 D 作 $DG \parallel BC$ ，交 AC 于点 G ，点 F 在边 AC 上，连接 DF 并延长，交 BC 的延长线于点 E ，且 $GF = CF$ 。
求证： $AD = CE$ 。



24. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 是 AB 的中点， $DE \perp CE$ ， $AD = 3$ ， $CD = 9$ ， $BC =$ _____ 。



25. 四边形 $ABCD$ 和四边形 $CGEF$ 均为正方形，且 D 在 CF 边上， M 为 AE 中点，连接 MD 、 MF ，证明： $MD \perp MF$.

